التقديرالإحصائي لدرجات الحرارة القصوى
دراسة تطبيقية على مدينة طرابلس - ليبيا

* جمال ناجي العباسي ** مصطفى عبد المجيد المصراتي

ملخص:

من خلال بيانات درجة الحرارة القصوى اليومية للفترة الزمنية (1944– 2010) والعائدة لمصلحة الأرصاد الجوية - إدارة المناخ والأرصاد الزراعية - ليبيا تم عرض وتحليل التوزيع التكراري المشاهد لدرجات الحرارة القصوى في مدينة طرابلس. واستخدام البيانات المشار إليها تم تهيئة متوسط درجات الحرارة القصوى الشهرية . وتقدير معلمات دالة الجيب بطريقة المربعات الصغرى للنماذج غير الخطية باستخدام سلسلة تايلر أو عملية التحويل الخطي. بصورة عامة وجد أن النموذج الرياضي الذي يعبر عنه بدالة الجيب الذي تم بناؤه ملائماً لدراسة متوسط درجات الحرارة القصوى .كذلك واعتمادا على نفس البيانات تم استخراج درجات الحرارة القصوى السنوية وتقدير معلمات التوزيع ألتقاربي الأول للقيم القصوى . والذي يعرف بتوزيع جمبل باستخدام طريقة الأرجحية العظمى. إن هذه النماذج الاحتمالية التي تم التوصل إليها يمكن استخدامها في التقدير والتنبؤ بأثر درجة الحرارة ضمن العوامل المناخية المؤثرة في عملية التخطيط الحضري للمستوطنات والمدن الساحلية . خصوصا وأن ليبيا تمتاز بمناخ صحراوي قاس . كما ويعد هذا البحث بداية لبحوث مستقبلية تشمل دراسة عوامل مناخية أخرى من اجل اكتشاف البيئة التي نعيش فيها.

* عضو هيئة تدريس بقسم الإحصاء والتخطيط - جامعة النهرين - العراق.

**عضو هيئة تدريس بقسم الإحصاء - كلية العلوم - جامعة طرابلس.

1. **المقدمة :**

يمكن صياغة المعرفة عن طبيعة الظواهر الخاصة بمجال معين كالظواهر المناخية عن طريق تشكيل علاقات رياضية بين متغيرات تلك الظواهر. وبواسطة التحري عن التكرار النمطي لطبيعة العلاقة بين هذه المتغيرات يستطيع الباحث اكتشاف هذه العلاقات ، وحيث إن العامل المناخي يؤثر بصورة مباشرة في تحديد النسيج الحضري وهو من أهم العوامل المؤثرة في تخطيط المستوطنات الحضرية ومنها درجات الحرارة . لذا تعد دراسة النماذج الاحتمالية لتقدير درجات الحرارة القصوى (العظمى والصغرى) لمدينة معينة من التطبيقات التي تلقى اهتمام المخططين والمهندسين العمرانيين وذلك لأهميتها في وضع المتطلبات التخطيطية المعمارية والإنشائية. إن إعداد التصاميم المعمارية والإنشائية للأبنية على سبيل المثال يتطلب اختيار مواد العزل المستخدمة وتوجيه هذه الأبنية ونوافذها وتركيبها وارتفاعها والتي تتأثر وبنسب متفاوتة خلال فترة أعمارها مما يتطلب دراسة درجات الحرارة السائدة وبالتالي دراسة وتحديد الاختلافات في درجات الحرارة خلال العام وخاصة عند نهاياتها القصوى.

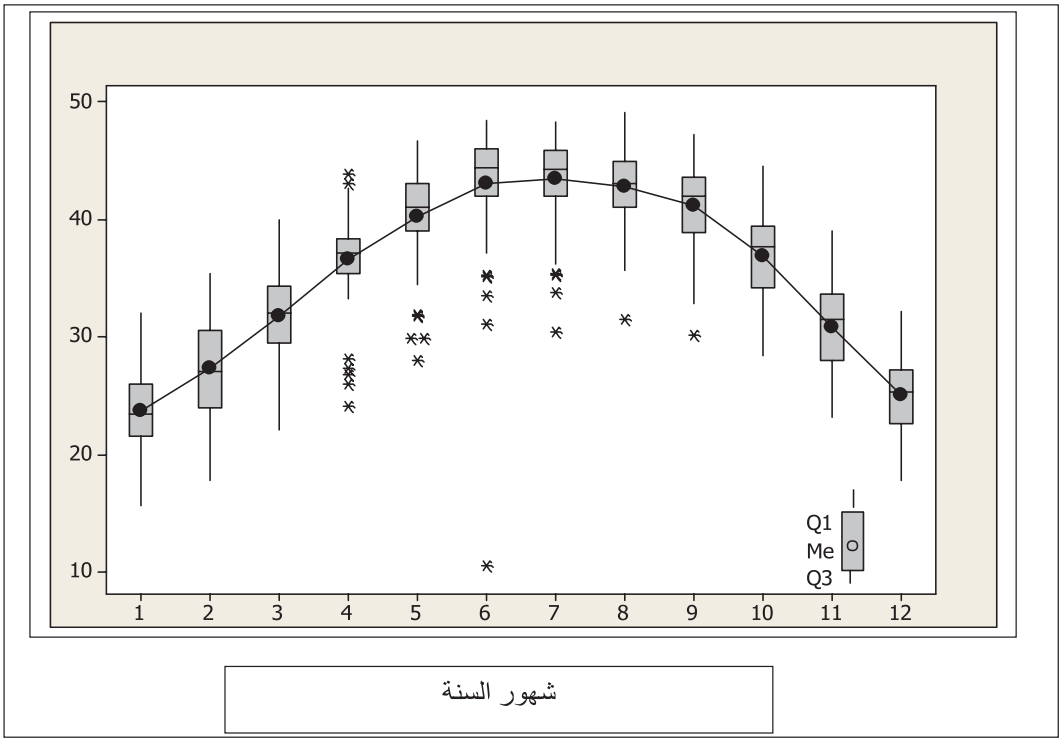
مما تقدم يتبين أن الهدف الأساسي لهذه الدراسة هو محاولة تحديد نماذج احتمالية ملائمة لتقدير درجات الحرارة القصوى في مدينة معينة بغية الاستفادة منها في وضع الأسس الهندسية والتخطيطية وتصميم النسيج الحضري والعمراني في عملية تخطيط المدن والمستوطنات البشرية . والتي تعتبر من الدراسات الرائدة في نمذجة العوامل المناخية في ليبيا.

أخيرا إذا كان الشكل العمراني لا يستطيع أن يغير المناخ الإقليمي إلا أنه بالتأكيد يستطيع أن يعدل ويلطف من المناخ المحلي وخصوصا في القطاعات السكنية.

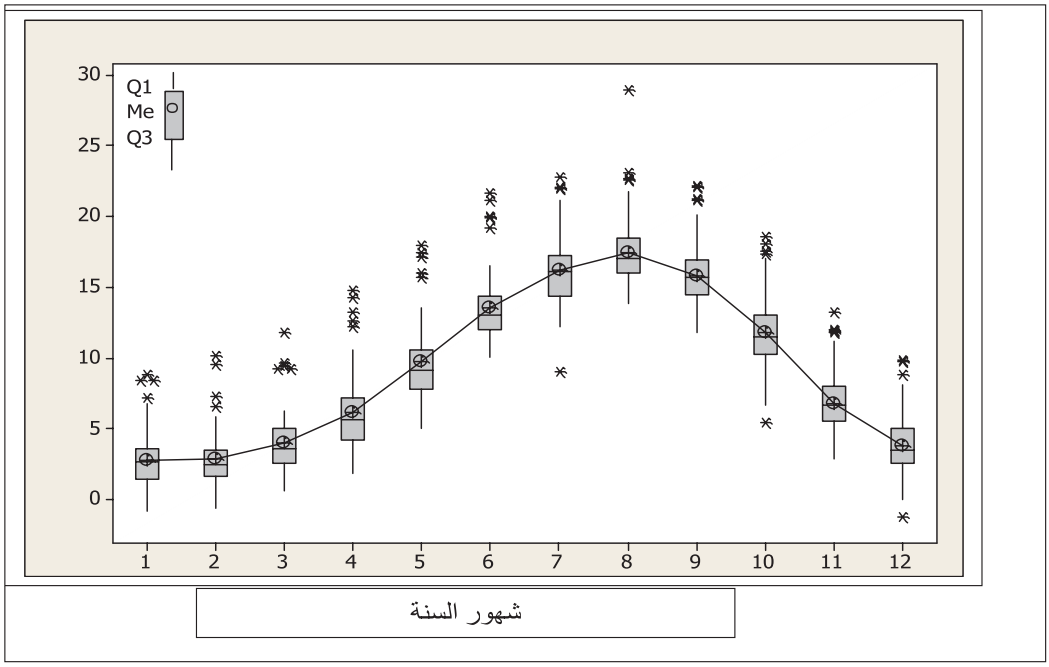
2. **بيانات الدراسة :**

تم استخدام ملفة البيانات لدرجات الحرارة القصوى لمدينة طرابلس خلال الفترة (1944 – 2010). والتي تتكون من التسجيلات اليومية لدرجات الحرارة القصوى (العظمى والصغرى).

الشكلان (1، 2) يبينان مقاييس الوسيط(Median) والربيع الاول (Q1) والربيع الثالث(Q3) وكذلك المشاهدات الشاذة (*) لدرجات الحرارة العظمى والصغرى خلال شهور السنة.



شكل (1) : بعض المقاييس الاحصائية لدرجات الحرارة العظمى



شكل (2) : بعض المقاييس الاحصائية لدرجات الحرارة الصغرى

3.**دالة الجيب العامة** : استنادا للنتيجة التي تم التوصل إليها في الفقرة السابقة فيما يلي نستخدم نموذج دالة الجيب للتعبير عن درجات الحرارة القصوى.

ومن الممكن التعبير عن دالة الجيب العامة رياضياً كما يلي :

$$y_i = A\sin\left[\left(\frac{2\Pi}{B}\right)\left(X_i - C\right)\right] + D \quad ,i = 1,2,\ldots,n \qquad \ldots \qquad (1)$$

والتي يمكن استخدامها في بناء نموذج متوسط درجات الحرارة القصوى في منطقة محددة

حيث إن :

A تمثل السعة الموجية.

B تمثل طول الدورة الموجية .

C تمثل مقدار الإزاحة على المحور السيني.

D تمثل مقدار الإزاحة على المحور الصادي.

وتعتبر هذه الدالة من النماذج الرياضية الملائمة لتمثيل الاختلاف في متوسط درجات الحرارة القصوى وإحدى الأساليب الإحصائية الحديثة حيث استخدمها (لاندو 1977) في بناء نموذج متوسط درجات الحرارة في ولاية الأسكا الأمريكية لتحديد المواصفات الفنية الملائمة لأنابيب نقل النفط في الولاية.

هناك عدة طرق لتقدير معالم دالة الجيب ومن هذه الطرق طريقة المربعات الصغرى (Least squares method) التي تعتمد على مبدأ تصغير مجموع مربعات الفروق بين القيم المشاهدة والمقدرة.

وحيث إن معادلة رقم (1) غير خطية فيكون من الضروري استخدام سلسلة تايلر (Taylor Series) أو عملية التحويل الخطي(Linearization) للحصول على مجموعة معادلات خطية يمكن تقدير معالمها باستخدام طريقة المربعات الصغرى. تم توسيع معادلة دالة الجيب العامة باستخدام سلسلة تايلر حول القيم الأولية (A_0 ، B_0 ، C_0 ، D_0) وبأخذ الحد الأول من سلسلة تايلر للمعادلة الموسعة نحصل على:

$$y_i = f(x_i, A, B, C, D)$$

$$y_i = A\mathrm{Sin}\left[\left(\frac{2\pi}{B}\right)(x_i - C)\right] + D$$

$$y_i = f\ |_0 + \left(\frac{\partial f}{\partial A}\ |_0\right)\Delta A + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\ |_0\right)\Delta B + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\ |_0\right)\Delta C + \left(\frac{\partial f}{\partial D}\ |_0\right)\Delta D \ldots \qquad (2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial B}\ |_0 = -\left(\frac{2\pi A_0}{{B_0}^2}\right)(x_i - C_0).\mathrm{Cos}\left[\left(\frac{2\pi}{B_0}\right)(x_i - C_0)\right]$$

حيث إن :

$$f\ |_0 = A_0 \mathrm{Sin}\left[\left(\frac{2\pi}{B_0}\right)(x_i - C_0)\right] + D_0$$

$$\frac{\partial f}{\partial A}\ |_0 = \mathrm{Sin}\left[\left(\frac{2\pi}{B_0}\right)(x_i - C_0)\right]$$

$$\frac{\partial f}{\partial C}\ |_0 = -\frac{2\pi A_0}{B_0}.\mathrm{Cos}\left[\left(\frac{2\pi}{B_0}\right)(x_i - C_0)\right]]$$

$$\frac{\partial f}{\partial D}\ |_0 = 1$$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى يمكن تقدير قيم التصحيح $(\Delta A, \Delta B, \Delta C, \Delta D)$ $(\Delta A, \Delta B, \Delta C, \Delta D)$ في المعادلة رقم (2) وبإضافتها إلى قيم المعالم الأولية (A_0, B_0, C_0, D_0) يتم الحصول على قيم المعالم الجديدة : (A_0, B_0, C_0, D_0)

$$A = A_0 + \Delta A$$

$$B = B_0 + \Delta B$$

$$C = C_0 + \Delta C$$

$$D = D_0 + \Delta D$$

حيث تم افتراض التقديرات الأولية وفقا للأسلوب التالي:

$A_0 A_0$ تمثل السعة الموجية وتساوي متوسط مدى القيمتين المتطرفتين للمتوسطات الشهرية لدرجاتالحرارة القصوى ويتم تحديدها كما يلي:

$$A_0 = \frac{Y_{max} - Y_{min}}{2}$$

$B_0 B_0$ تمثل طول الدورة الموجية وتساوي عدد شهور السنة البالغة 12 شهرا .

$C_0 C_0$ تمثل الإزاحة السينية وتساوي تسلسل الشهر الذي تكون درجة حرارته مساوية لمتوسط درجة حرارة السنة .

D_0D_0 تمثل الإزاحة الصادية وتساوي متوسط درجة الحرارة لشهور السنة كاملة $\bar{Y}\bar{Y}$.

ثم مرة أخرى يتم استخدام قيم المعالم الجديدة كقيم ابتدائية للمعالم ومن خلال عدة عمليات متتالية للتقريب باستخدام الأسلوب السابق لكل مجموعة معالم إلى أن تتوقف العملية عندما تقترب قيم التصحيح من الصفر وتستقر المعالم عند قيم معالم معينة تمثل تقدير المعالم النهائية.

$$C = C_0 + \Delta C$$

وعند إجراء هذه العملية لابد من ملاحظة أهمية اختيار قيم المعالم الابتدائية لأنها تؤدي أحياناً إلى بطء أو عدم تقارب ((Slow or no- Convergence). ولهذا يتم الاعتماد على طرق التقدير الأولية والرسوم البيانية والخبرة السابقة في حالة توفرها عند تحديد القيم الابتدائية.

جدول(1): تقديرات المربعات الصغرى لمعالم منحنيات دالة الجيب لدرجات الحرارة القصوى لمدينة طرابلس خلال الفترة (1944-2010)

	الحرارة الصغرى				الحرارة العظمى			
المعلمة	A	B	C	D	A	B	C	D
القيمة التقديرية للمعلمة	12.296	15.769	2.974	31.748	7.468	11.250	4.871	9.597
الخطأ المعياري	1.312	1.421	0.370	1.501	0.266	0.270	0.086	0.229
الحد الأدنى	9.270	12.492	2.121	28.288	6.854	10.627	4.674	9.069
الحد الأعلى	15.322	19.046	3.826	35.209	8.081	11.873	5.068	10.125

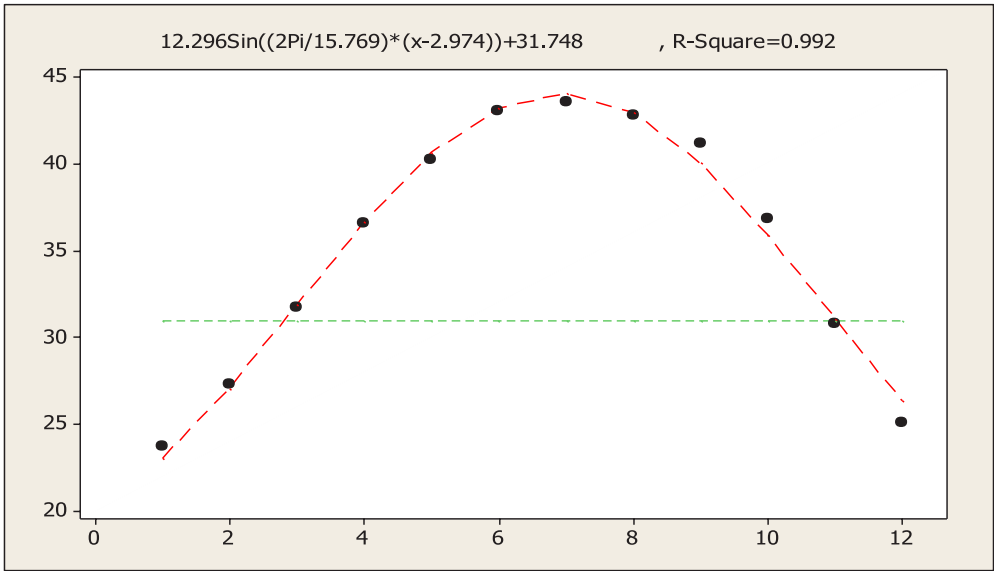
جدول (2) : نتائج تحليل التباين لنموذج درجات الحرارة العظمى

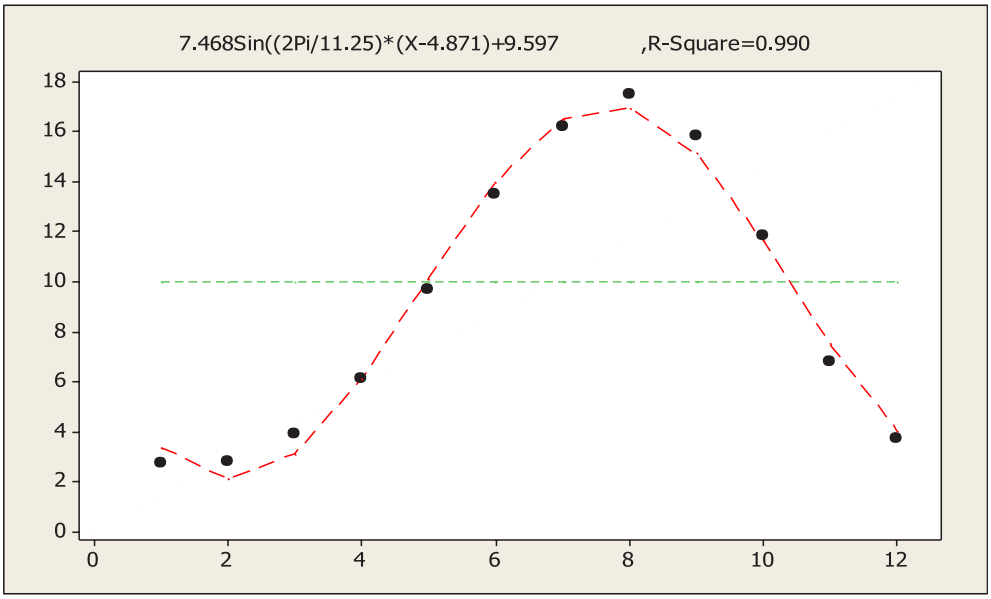
مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات
الانحدار	4	15477.712	3869.428
الباقي	8	4.641	0.580
الكلي غير المصحح	12	15482.353	
الكلي مصحح	11	581.824	

جدول (3) : نتائج تحليل التباين لنموذج درجات الحرارة الصغرى

مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات
الانحدار	4	1360.335	340.084
الباقي	8	3.418	0.427
الكلي غير المصحح	12	1363.753	
الكلي مصحح	11	341.604	

الشكلان رقم (3، 4) تبين متوسط درجات الحرارة العظمى ومتوسط درجات الحرارة الصغرى على التوالي ومنحنيات دالة الجيب المقدرة ومعامل التحديد لكل منهما .





شكل (4) : دالة الجيب العامة لدرجات الحرارة الصغرى

4.إحصاءات القيم القصوى :

إذا تم تحديد درجات الحرارة السنوية القصوى (العظمى والصغرى) من ملف بيانات درجات الحرارة قيد الدرس فإن الإحصاء المرتبة لدرجات الحرارة القصوى.

$$M_{(1)} < M_{(2)} < \ldots < M_{(i)} < \ldots < M_{(n)}$$

وإن دالة التوزيع التجريبية للإحصاء المرتبة من الرتبة i^{th} تساوي

$$P(X_{(i)}) = i/(n+1)$$

واستناداً إلى نظرية القيم القصوى فإن التوزيع التقاربي للمشاهدات القصوى يتبع توزيع جمبل والذي يعبر عنه بالعلاقة : $G(X_{(i)}) = \exp(-\exp(-a(a-n)))$

حيث a، u معالم التوزيع ويتم تقديرها بإحدى طرق التقدير ومن أكثر هذه الطرق كفاءة طريقة الأرجحية العظمى و التي تعتمد على تعظيم الدالة المشتركة .

العلاقات (3) تنتج عن تطبيق طريقة الأرجحية العظمى على توزيع جمبل

$$\exp(\hat{\alpha}\hat{u})\sum_{i=1}^{n}\exp(-\hat{\alpha}Xi) = n \qquad (3)$$

$$\frac{\sum x\exp(-\hat{\alpha}x)}{\sum\exp(-\hat{\alpha}x)} + \frac{1}{\hat{\alpha}} = \bar{x}$$

عملياً يصعب حل العلاقات (3) بالأسلوب الجبري الاعتيادي. لكي يمكن استخدام إحدى طرق التعويض المتتالي (Iterative Procedures) لتقدير المعالم a، u و بالأسلوب التالي اختار قيمة أوليه للمعلمة a ولتكن a_0 ثم عوض عن a بالحد الأولي من المعادلة الثانية وحل إلى $\frac{1}{\alpha}$ تحصل على قيمة جديده للمعلمة α لتكن α_1 ثـــم افرض α_1 القيمة الأولية وهكذا إلى الحصول على $\hat{a}_j$ في المرحلة j تكون

$$\hat{\alpha}_j = 1/\left[\bar{x} - \sum_{j=1}^{n} x \exp\left(-\alpha_j x_j\right) / \sum_{j=1}^{n} \exp\left(-\hat{\alpha}_j x_j\right)\right]$$

تتوقف في المرحلة L عندما يكون الفرق بين قيمتي $\hat{\alpha}_{(L)}$ و$\hat{\alpha}_{(L-1)}$ أقل من مقدار صغير يقترب من الصفر يحدده الباحث حسب درجة الدقة المطلوبة . وتعتبر $\hat{\alpha}_{(L)}$ تقدير مناسب للمعلمة a بعد ذلك يتم تقدير u من المعادلة

$$\hat{u} = \left[\ln n - \ln \sum \bar{e}^{-\hat{\alpha} x}\right] / \hat{\alpha}$$

باستخدام الطريقة المذكورة تم تقدير معالم التوزيع جمبل لدرجات الحرارة القصوى.

جدول (4): تقديرات الأرجحية العظمى لمعالم توزيع جمبل لدرجات الحرارة القصوى لمدينة خلال الفترة (2010-1944)

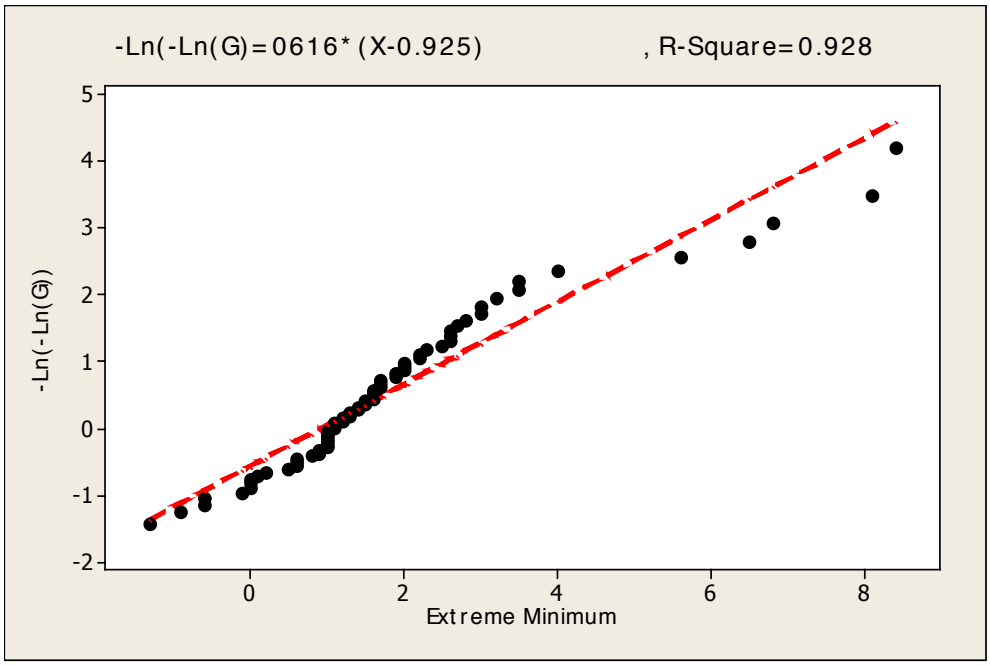
	الحرارة الصغرى		الحرارة العظمى	
المعلمة	α	u	α	u
القيمة التقديرية للمعلمة	1.25	7.79	1.07	32.26
الخطأ المعياري	0.34	1.21	0.29	3.69

المعادلتان (4، 5) تبين دالة توزيع جمبل لدرجات الحرارة القصوى لمدينة طرابلس خلال الفترة (2010-1944).

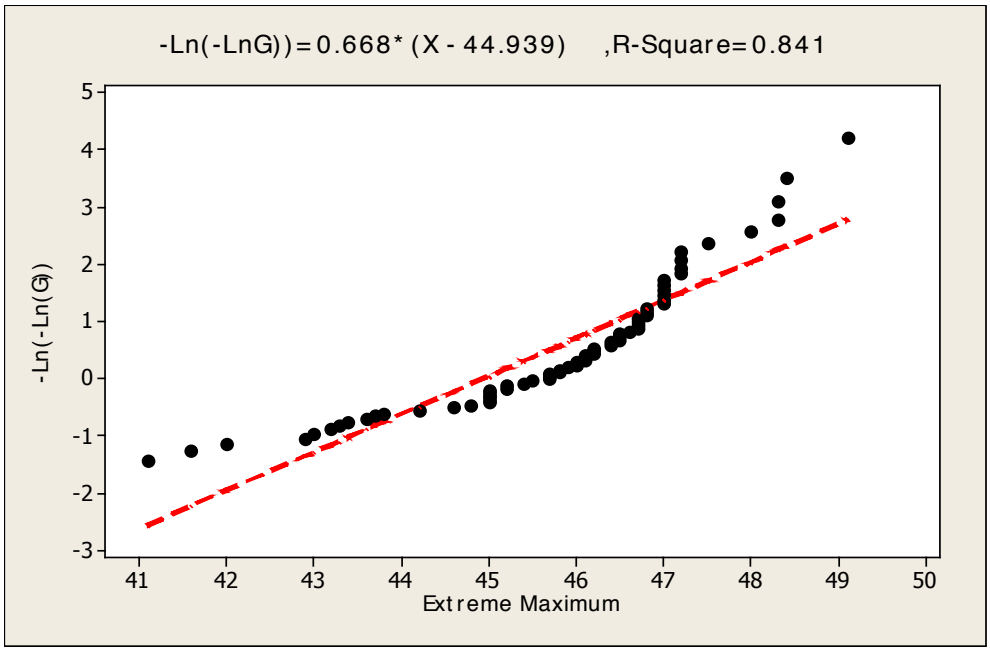
$$G(Xmin) = \exp(-(\exp(0.616(Xmin - 0.925))) \quad (4)$$

$$G(Xmax) = \exp(-(\exp(0.668(Xmax - 44.939))) \quad (5)$$

والتي يمكن استخدامها للتنبؤ بدرجات الحرارة القصوى و الفترات الزمنية الكافية لحدوثها.



شكل (5) : دالة توزيع جمبل لدرجات الحرارة الصغرى



شكل (6) : دالة توزيع جمبل لدرجات الحرارة العظمى

5 . جودة التوفيق والتنبؤ الإحصائي :

مسالة جودة التوفيق تتعلق باختبار الفرضية الصفرية إن عينة من المشاهدات تتبع توزيعاً معين مقابل الفرضية البديلة التي تفترض توزيع آخر . وباستخدام اختبار كولموكروف – سميرنوف تم اختبار فرضية أن درجات الحرارة القصوى تتبع توزيع جمبل ووجد إن قيمة الاختبار لدرجات الحرارة الصغرى تساوي 0.114. وان قيمة الاختبار لدرجات الحرارة العظمى تساوي 0.129 وكلاهما أقل من قيمة كولموكروف – سميرنوف الجدولية بمستوى معنوية 0.05 وحجم عينة 67. لذلك تم قبول فرضية أن درجات الحرارة القصوى تتبع توزيع جمبل.

المصادر :

1.AlAbbasi,J.N.&Fahmi K.J.,1991, GEMPAK: A fortran-77 program for calculating Gumbel's distribution employing maximum likelihood estimation .Computer & Geosciences ,17,271290-.

2.Draper,N.R.and Smith,H.,1981,Applied Regression Analysis , willey , Newyork , 1981

3.Everitt, B. S f Hand, J.,1981,Finite mixture Distributions, chapman and Hall,London.

4.Graybill, f.,1976,Theory and application of the Linear model, Duxbury Press,1976 .

4.Gross,A.J.and clark V.K.,1975,Survival distribution reliability application in the biomedical sciences , , willey , Newyork.

5.Gumbel , E.,1958 , statistics of extremes , Columbia University Press.

6.Lando,B.and Lando,C.A.,1977,Is the curve of temperature variation a sine curve,The mathemat mathematics teacher , 7 , 6 , 534 – 537